



MINISTERUL EDUCAȚIEI

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ – 10.02.2024

CLASA a VIII - a

Problema 1

a) Stabiliți cărui interval îi aparține fiecare din numerele reale a și b știind că:

$$9a^2 - 12a + 4b^2 - 4b = 20$$

b) Dacă $x - 4y + 1 = 0$ și $x \in [-1; 3]$ aflați $A = \sqrt{(x+1)^2 + y^2} + \sqrt{(x-3)^2 + (y-1)^2}$

Problema 2

a) Verificați identitatea: $\sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}} = 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

b) Determinați partea întreagă a numărului:

$$a = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2023^2} + \frac{1}{2024^2}}$$

Problema 3

Fie cubul $ABCD A' B' C' D'$, E mijlocul segmentului AB și F centrul feței $ADD' A'$.

Să se arate că:

a) $BD' \parallel (A'ED)$;

b) $C'F \perp (A'ED)$

Problema 4

Fie $ABCA' B' C'$ o prismă triunghiulară regulată dreaptă.

a) Determinați dreapta de intersecție a planelor $(A'BC)$ și $(B'AC)$;

b) Arătați că intersecția planelor $(A'BC)$, $(B'AC)$ și $(C'AB)$ este un punct T;

c) Arătați că $TG \perp (ABC)$, unde G este centrul de greutate al triunghiului ABC.

G.M. 2023 - Traian Preda - București

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.

Fiecare problemă este notată de la 0 la 7 puncte.